

Hidráulica Básica [2015961]

Tema # 3: Análisis de sistemas de bombeo

Luis Alejandro Morales (Ph.D)
Profesor Asistente

Universidad Nacional de Colombia-Bogotá
Facultad de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Civil y Agrícola

Contents

1 Generalidades	1
2 Ecuaciones para bombas centrífugas	2
3 Curva característica real de una bomba	4
4 Análisis dimensional en bombas centrífugas	5
4.1 Aplicación de los parámetros adimensionales	6
4.2 Velocidad específica	7
5 Estaciones de bombeo	8
5.1 Curva de la estación	9
5.2 Cavitación en bombas centrífugas	10
5.3 Sistemas con bombas en serie	12
5.4 Sistemas con bombas en paralelo	12
5.5 Sistemas especiales	13

1 Generalidades

Una bomba es una máquina que introduce energía al flujo con el fin de vencer diferencias topográficas o pérdidas de energía por fricción o por accesorios, lo cual permite llevar el flujo de un punto (de menor energía) a otro (de mayor energía). En general, los ingenieros civiles y agrícolas se encargan únicamente de la selección de la bomba más apropiada para el sistema en particular dejando de lado el diseño mecánico (rotor) y eléctrico (motor) a otras disciplinas. Existen varios tipos de bombas, sin embargo las más comunes son las bombas *rotodinámicas* que trasladan la energía al flujo a través de un sistema de rotación, las cuales analizaremos para fluidos incompresibles y flujo permanente en sistemas de tuberías.

De acuerdo con la forma del rotor o impulsor, las bombas rotodinámicas se pueden clasificar como (ver figura 1)

- Bomba centrífuga o de flujo radial: Se caracterizan por presentar una presión alta para caudales relativamente bajos.
- Bomba de flujo axial: Pueden generar un caudal alto con una baja presión.
- Bomba de flujo mixto: Comportamiento intermedio con respecto a las dos anteriores.

En comparación con las *bombas de desplazamiento positivo* (PDP, positive displacement pump) (ver figura 2), las bombas rotodinámicas, aunque son capaces de proveer mayores caudales gracias a su mecanismo de impulsión con un moderado aumento de la presión, son ineficaces para fluidos con alta densidades y requieren además la extracción de aire de la tubería de succión (purga de la bomba) antes de su uso. Las PDPs son mas apropiadas para fluidos con altas viscosidades y son capaces de autopurgarse. Sin embargo son capaces de suministrar relativamente bajos caudales y operar a altas presiones.

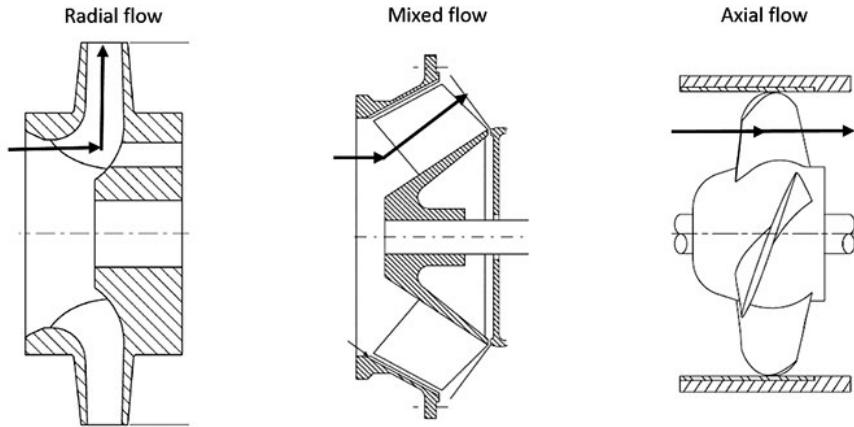


Figure 1: Tipos de bombas rotodinámicas

Las bombas mas comunes son las bombas centrífugas y centraremos la mayoría de nuestro análisis sobre este tipo de bombas. Una bomba centrífuga (ver figura 3) esta compuesta por:

1. Impulsor o rotor: Es un elemento rotatorio compuesto por *alabes* que gira con una alta velocidad angular gracias al trabajo del *motor*. Los alabes crean canales divergentes a través de los cuales fluye el líquido.
2. Carcasa: Estructura en donde se encuentra el impulsor. Esta estructura posee un orificio por donde ingresa el fluido a baja presión (*tubería de succión*) y otro por donde converge el líquido a través de los alabes y luego hacia el espiral en donde el líquido es conducido hacia la tubería *tubería de descarga* con una mayor presión.
3. Eje o flecha: Estructura que transfiere la potencia del motor al impulsor.

2 Ecuaciones para bombas centrífugas

Se puede establecer ecuaciones para el cálculo de potencia y de cabeza hidráulica introducida por la bomba a la tubería. Cuando el flujo entra a través de la tubería de succión al impulsor, este llega con una presión relativamente baja, al entrar a los alabes, la velocidad angular ω con la cual se mueven los alabes, le suministra una energía al flujo el cual es expulsado (punto *S*) hacia la espiral (dentro de la carcasa) con una mayor energía (presión). Teniendo en cuenta que es el impulsor el que le suministra la energía al flujo, este puede considerarse como el volumen de control para el siguiente análisis. Para el análisis se debe considerar lo siguiente:

- flujo permanente e incompresible.
- fricción despreciable.
- infinito número de alabes de espesor infinitesimal en el impulsor.

- La potencia transmitida por el eje al impulsor, es transmitida al flujo en su totalidad.

Analizando el movimiento del flujo en el impulsor, este se desplaza desde el punto e al punto s . La figura 5 muestra los diagramas de los vectores de velocidad en donde U es la velocidad absoluta del fluido, u es la velocidad tangencial en un punto en la periferia, v es la velocidad relativa del líquido respecto al impulsor y tangente al alabe, r es el radio del impulsor, α es el angulo formado por el vector de velocidad absoluta y el vector de velocidad tangente, β es el angulo del alabe, β' es el angulo suplementario de β , b espesor del impulsor, s punto de salida del flujo y e es el punto de entrada del flujo. Aplicando el principio de conservación de cantidad de movimiento angular al volumen de control:

$$\sum M_{ext} = \frac{\gamma}{g} Q \left[(\vec{r} \times \vec{U})_s - (\vec{r} \times \vec{U})_e \right] \quad (1)$$

donde $\sum M_{ext}$ es la sumatoria de los momentos externos al volumen de control; el único momento externo es el par de torsión T_T transmitido al impulsor por el eje. Los vectores posición \vec{r} equivalen en este caso a los radios de entrada r_e y de salida r_s en el impulsor.

Analizando el diagrama de vectores de la figura 5, la ecuación 1 se transforma en:

$$T_T = \frac{\gamma}{g} Q [(rU \cos \alpha)_s - (rU \cos \alpha)_e] \quad (2)$$

La ecuación 2 permite calcular el par de torsión teórico transmitido por el eje al impulsor. Multiplicando la ecuación 2 por la velocidad angular ω , se obtiene la potencia mecánica teórica:

$$P_T = T_T \omega = \frac{\gamma}{g} Q [(r\omega U \cos \alpha)_s - (r\omega U \cos \alpha)_e] \quad (3)$$

donde $r\omega$ es la velocidad tangencial u . Reemplazando en la ecuación anterior:

$$P_T = \frac{\gamma}{g} Q [(uU \cos \alpha)_s - (uU \cos \alpha)_e] \quad (4)$$

Teniendo en cuenta que no se consideran pérdidas en el sistema, la potencia mecánica teórica debe ser igual a la potencia hidráulica teórica $P_H = \gamma Q h_b$ ($P_T = P_H$). Teniendo en cuenta esto, la ecuación 4, queda:

$$\frac{\gamma}{g} Q [(uU \cos \alpha)_s - (uU \cos \alpha)_e] = \gamma Q h_b \quad (5)$$

simplificando y despejando para h_b , se tiene:

$$h_b = \frac{1}{g} [(uU \cos \alpha)_s - (uU \cos \alpha)_e] \quad (6)$$

Las ecuaciones 2, 4 y 6 se conocen como las *ecuaciones de Euler* para el cálculo del par de torsión, de la potencia y de la cabeza teórica de una bomba centrífuga. De estas ecuaciones, es interesante anotar que mientras la potencia (P_T) y el par de torsión (T_T) teóricos en este tipo de bombas depende del tipo de fluido (γ en las ecuaciones), la cabeza (h_b) es independiente del fluido.

Teniendo en cuenta que los impulsores se diseñan de manera óptima, el término en la ecuación 6 $(uU \cos \alpha)_e$ debe ser igual a cero con el fin de que h_b no se disminuya en dicha cantidad. Para lograr esto, es necesario que $\cos \alpha_e$ sea igual a cero, lo cual se logra si $\alpha_e = 90^\circ$. Esto se logra si el vector U_e forma un ángulo de 90° con la horizontal logrando que no exista momento de remolino a la entrada del impulsor. Para un diseño óptimo del impulsor, la ecuación 6 se convierte en:

$$h_b = \frac{1}{g} (u_s U_s \cos \alpha_s) \quad (7)$$

De acuerdo al diagrama de vectores de la figura [refbom2](#), la ecuación 7 se puede escribir también como:

$$h_b = \frac{1}{g} [u_s (u_s - v_s \cos \beta_s)] \quad (8)$$

Teniendo en cuenta que el caudal que sale del impulsor lo hace de forma radial, para luego ser canalizado por la espiral en la carcasa y dirigido hacia la tubería de descarga, dicho caudal se puede expresar como $Q = U_{rs} A_{Ls}$, donde U_{rs} es la componente radial de U en s y A_{Ls} es el área lateral del impulsor en la salida. De acuerdo con esto, Q se puede expresar como:

$$Q = U_{rs} 2\pi r_s b_s \quad (9)$$

donde b_s es el espesor del impulsor a la salida. De la figura 5, se puede demostrar que $U_{rs} = v_s \cos \beta_s \tan \beta_s$. Reemplazando en la ecuación anterior y despejando para $v_s \cos \beta_s$, se tiene:

$$v_s \cos \beta_s = \frac{Q}{2\pi r_s b_s \tan \beta_s} \quad (10)$$

Reemplazando la ecuación 10 en la ecuación 8, queda una expresión de h_b en función de Q como:

$$h_b = \frac{u_s^2}{g} - \left(\frac{u_s Q}{2\pi g r_s b_s \tan \beta_s} \right) \quad (11)$$

La ecuación 11 tiene la forma de una ecuación lineal $h_b = f(Q) = A - BQ$, donde A y B son constantes. Note que la ecuación 11 representa una familia de rectas que se denominan la *curva característica de la bomba*. Note que la ecuación 11 depende de β_s por lo tanto la familia de curvas tiene el comportamiento mostrado en la figura 6. El mejor comportamiento de la bomba se da cuando $0 < \beta_s < 90$ (alabe tirado hacia atrás) ya que la carga de la bomba aumenta en la medida que disminuya el caudal.

3 Curva característica real de una bomba

Las deducciones de las ecuaciones en la sección anterior se hicieron bajo supuestos teóricos que en la práctica no obedecen a la comportamiento real de una bomba si se tiene en cuenta lo siguiente:

- El número de alabes en el impulsor es finito y el espesor de cada uno de estos es diferente de cero. Esto resulta en que los alabes no son una guía perfecta para transportar el flujo (flujo circulatorio) lo que resulta en valores menores de β_s y por lo tanto en menores valores de la componente $U_s \cos \alpha_s$. Esto significa que la carga real es menor a la teórica definida en la ecuación 11. Esto quiere decir que la curva característica teórica sufre un abatimiento tal y como se muestra en la figura 7.
- Teniendo en cuenta que existe fricción debido a la rugosidad en el impulsor y que se presenta turbulencia a la salida del impulsor, dichos aspectos generan una disipación de energía que es proporcional a Q^2 . Esto quiere decir que h_b disminuye aún más cuando Q aumenta.

Lo anterior quiere decir que la curva característica real presenta un comportamiento no lineal ($h_b = A - BQ^C$) similar al mostrado en la figura 7.

En las tuberías de succión (entrada a la bomba) donde la presión suele ser baja y en la tubería de descarga (salida de la bomba) en donde la presión es alta, es común instalar manómetros o sensores para determinar la presión en estos dos puntos. Aplicando la ecuación de Bernoulli entre la ubicación de estos dos manómetros, se puede determinar la cabeza útil del flujo:

$$h_m = \left(\frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + z \right)_{sc} - \left(\frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + z \right)_d + h_e \quad (12)$$

donde los subíndices *sc* indican tubería de succión y *d* tubería de descarga. De acuerdo con la ecuación 12, la potencia se expresa como $P_u = \gamma Q h_m$. La eficiencia de una bomba definida por el diseño de los alabes, de la carcasa y de las condiciones de operación, se puede determinar como la relación de la potencia útil (P_u) y la potencia que aplica el motor a la bomba (P_T):

$$\eta_b = \frac{P_u}{P_T} = \frac{\gamma Q h_m}{T_T \omega} \quad (13)$$

donde T_T es el torque teórico (ver ecuación 3). La eficiencia del motor se puede definir como la potencia que aplica el motor a la bomba (P_T) y la potencia de salida del motor (o *potencia al freno*, bhp) (P_m):

$$\eta_m = \frac{P_T}{P_m} = \frac{T_T \omega}{P_m} \quad (14)$$

La eficiencia global de todo el sistema (motor, flecha y bomba) queda definida como:

$$\eta = \eta_b \eta_m = \frac{\gamma Q h_m}{P_m} \quad (15)$$

Se pueden definir otras curvas características como potencia al freno o potencia de salida del motor P_m vs Q o eficiencia de la bomba η_b vs Q como se muestra en la figura 8.

Nótese que en la figura 8, P_m aumenta a medida que Q aumenta, mientras que la eficiencia de la bomba η_b aumenta hasta alcanzar un máximo y luego disminuye. Este punto de máxima eficiencia define el caudal (Q_o) con el cual debería operar la bomba, lo cual se da rara vez.

En la práctica, estas curvas características son construidas por el fabricante de la bomba en laboratorios de hidráulica equipados con instrumentos de alta presión. Lo más común es encontrar las curvas para una velocidad constante de rotación de la flecha de la bomba y para diferentes diámetros del impulsor (ver figura 12). También es común encontrar las curvas características de la bomba para un impulsor variando la velocidad de rotación (ver figura 11). Estas curvas que son presentadas por el fabricante en manuales, se pueden construir para diferentes tipos de bombas usando *análisis dimensional*. Es posible encontrar curvas características de h_m vs Q para diferentes bombas (diferentes diámetros del impulsor) representadas en el mismo sistema de referencia, con el fin seleccionar más de una bomba para valor de Q_o . Esto se hace con el fin de determinar la mejor opción entre las posibles bombas con base en análisis de costos de operación de estas.

4 Análisis dimensional en bombas centrífugas

En la sección anterior se comentó que los fabricantes de bombas poseen cartillas en donde se incluyen los diferentes tipos de curvas características de las bombas que fabrican (ver figuras 12 y 11). Estas curvas se utilizan para escoger la mejor opción de acuerdo con las necesidades del usuario. Para la construcción de estas curvas características se construyen modelos en el laboratorio que sean geométricamente similares al prototipo, en particular el impulsor.

En el análisis de bombas centrífugas, las variables que intervienen son las siguientes: carga o cabeza útil h_m [L], caudal Q [$L^3 T^{-1}$], velocidad de rotación en rpm ω [T^{-1}], diámetro del impulsor D_i [L], viscosidad cinemática ν [$L^2 T^{-1}$], aceleración de la gravedad g [LT^{-2}]. En total se tienen 6 variables y 2 dimensiones (L y T), lo cual quiere decir que el número de parámetros adimensionales que se pueden formar a partir de las variables es 4 (6-2=4). Se deben definir dos (debido a que son dos dimensiones involucradas) variables repetitivas, las cuales deben ser independientes entre sí; estas variables son ω y D_i . Haciendo análisis dimensional para la función $f(h_m, Q, \omega, D_i, g, \nu)$, se tienen los siguientes parámetros:

$$\Pi_1 = \frac{h_m}{D_i} \quad \Pi_2 = \frac{Q}{\omega D_i^3} \quad \Pi_3 = \frac{g}{\omega^2 D_i} \quad \Pi_4 = \frac{\omega D_i^2}{\nu} \quad (16)$$

Como la intención del análisis dimensional es tener una función $h_m = f(Q)$ (curva característica), se tiene:

$$\Pi_1 = f(\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4) \quad (17)$$

Reemplazando en la ecuación 17, tenemos:

$$\frac{h_m}{D_i} = f\left(\frac{Q}{\omega D_i^3}, \frac{g}{\omega^2 D_i}, \frac{\omega D_i^2}{\nu}\right) \quad (18)$$

Teniendo en cuenta que se debe satisfacer una similitud geométrica entre el modelo y el prototipo, se hace imposible tener el mismo número de Reynolds (parametro Π_4) en el modelo y en el prototipo, lo cual hace necesario despreciar los efectos de la viscosidad. Por otro lado, gracias a la experimentación se ha demostrado que $\Pi_1 = f(\Pi_3^{-1})$. De acuerdo con esto:

$$\frac{h_m}{D_i} = \frac{\omega^2 D_i}{g} f\left(\frac{Q}{\omega D_i^3}\right) \quad (19)$$

Agrupando en la ecuación 19, se tiene:

$$\frac{gh_m}{\omega^2 D_i^2} = f\left(\frac{Q}{\omega D_i^3}\right) \quad (20)$$

En el lado izquierdo de la ecuación 8 se forma otro parámetro adimensional (Π_5), por lo que la ecuación se puede expresar como $\Pi_5 = f(\Pi_2)$. En la ecuación 20 Π_2 se denomina el *parámetro de caudal* y el Π_5 es le *parámetro de carga o cabeza*. La ecuación 19 es la *curva característica adimensional* de la bomba y es la misma para una *serie homóloga* de bombas. Dicha serie homologa implica una similaridad geométrica entre bombas, es decir, que sus diagramas vectoriales en el impulsor sean semejantes y que sus eficiencias sean las mismas. Del análisis dimensional, es posible formar un un tercer parámetro adimensional como el producto entre Π_5 y Π_2 , dicho parámetro adimensional (Π_6) es conocido como el *parámetro de potencia*:

$$\Pi_6 = \frac{P_m}{\rho \omega^3 D_i^5} \quad (21)$$

En una serie homologa, los parámetros Π_5 , Π_2 y Π_6 son constantes en cada bomba de la serie.

4.1 Aplicación de los parámetros adimensionales

Operación de la misma bomba a velocidad (ω) variable

En este caso se estudia el comportamiento de la bomba con una velocidad angular variable pero con el mismo impulsor (D_i constante). Como D_i es constante, los parámetros adimensionales quedan expresados como:

$$\frac{Q}{\omega} = \text{const} \quad \frac{h_m}{\omega^2} = \text{const} \quad \frac{P_m}{\omega^3} = \text{const}$$

(22)

De las relaciones anteriores, se tiene que $h_m \propto Q^2$, ecuación que representa una parábola en donde todos sus puntos indican igual similitud (la misma eficiencia). Si se tiene la idea de que se ha obtenido una curva característica (h_m vs Q) del modelo de una bomba dentro de una serie homologa para una velocidad angular ω_A , a partir de esta curva es posible obtener la curva de la misma bomba pero operando a una velocidad angular ω_B bajo condiciones dinámicas de flujo similares (ver figura 13). Aplicando las leyes de similitud para puntos sobre una misma curva de isoeficiencia, por ejemplo los puntos 1 y 2, para la curva ω_A y para la curva ω_B respectivamente, en donde se conocen h_{m1} , Q_1 y $\nu_1 = \nu_2$, se pueden encontrar los valores de Q_2 y h_{m2} de la siguiente manera:

$$\Pi_{2_1} = \Pi_{2_2} \quad \left(\frac{Q}{\omega D_i^3} \right)_{2_1} = \left(\frac{Q}{\omega D_i^3} \right)_{2_2} \quad Q_2 = Q_1 \frac{\omega_B}{\omega_A} \quad (23)$$

$$\Pi_{5_1} = \Pi_{5_2} \quad \left(\frac{h_m}{\omega^2 D_i^2} \right)_{5_1} = \left(\frac{h_m}{\omega^2 D_i^2} \right)_{5_2} \quad h_{m_2} = h_{m_1} \left(\frac{\omega_B}{\omega_A} \right)^2 \quad (24)$$

Analizando la figura 13, cuando $\omega_A < \omega_B$, el punto 2 (de la nueva curva característica) se ubicará arriba y a la derecha del punto 1. Si $\omega_A > \omega_B$, el punto 2 se ubicará abajo y a la izquierda del punto 1. Si se desea obtener otro punto, por ejemplo el punto 4, sobre la nueva curva característica para ω_B , se escoge el punto 3 en la curva de ω_A y se aplica el procedimiento descrito en las ecuaciones 23 y 24 para encontrar Q_4 y h_{m_4} . De la misma manera se pueden escoger otros puntos sobre la curva de ω_A para ir encontrando la curva de ω_B . De igual manera, se pueden encontrar las curvas características para otros valores de ω .

Operación de la misma bomba con diferentes impulsores (D_i)

Si se opera la misma bomba con la misma velocidad ω pero con diferentes tamaños (D_i) de los impulsores, es posible obtener las curvas características para diferentes valores de D_i . Sin embargo, debido a que el impulsor cambia, la similitud geométrica no se cumple. Gracias a la experiencia se ha podido establecer que para ω constante:

$$\boxed{\frac{Q}{D_i} = \text{const} \quad \frac{h_m}{D_i^2} = \text{const} \quad \frac{P_m}{D_i^3} = \text{const}} \quad (25)$$

De la anterior ecuación se tiene que $Q \propto D_i$ y $h_m \propto D_i^2$, por lo tanto $h_m \propto Q^2$. Esta última relación representa una parábola donde todos los puntos tienen igual similitud (la misma eficiencia). Si se obtiene una curva característica de h_m vs Q para un diámetro del impulsor D_{i_A} con una velocidad ω gracias al trabajo experimental, es posible obtener una familia de curvas características para la misma bomba pero con diferentes valores de D_i a una velocidad constante ω . De acuerdo con la figura 14, si se conoce la curva para D_{i_A} y se desea conoce la curva para D_{i_B} , se toma el punto 1 (sobre la curva para D_{i_A}) donde se conoce h_{m_1} , Q_1 y $\nu_1 = \nu_2$, y se toma el punto 2 (sobre la curva para D_{i_B}) y se calcula Q_2 y h_{m_2} como:

$$\Pi_{2_1} = \Pi_{2_2} \quad \left(\frac{Q}{D_i} \right)_{2_1} = \left(\frac{Q}{D_i} \right)_{2_2} \quad Q_2 = Q_1 \frac{D_{i_B}}{D_{i_A}} \quad (26)$$

$$\Pi_{5_1} = \Pi_{5_2} \quad \left(\frac{h_m}{D_i^2} \right)_{5_1} = \left(\frac{h_m}{D_i^2} \right)_{5_2} \quad h_{m_2} = h_{m_1} \left(\frac{D_{i_B}}{D_{i_A}} \right)^2 \quad (27)$$

Observando la figura 14, cuando $D_{i_A} < D_{i_B}$, el punto 2 se encontrará arriba y a la derecha del punto 1, mientras que cuando $D_{i_A} > D_{i_B}$ el punto 2 se encontrara abajo y a la izquierda del punto 1. Otros valores de h_m y Q para otros puntos sobre la curva para D_{i_B} se obtendrán utilizando las ecuaciones 26 y 27.

4.2 Velocidad específica

La velocidad específica (n_s) de una unidad (bomba) perteneciente a una serie homologa es una cantidad muy usada en la selección y diseño preliminar de una bomba. Para una serie homóloga se debe cumplir:

1. $\frac{Q}{\omega D_i^3} = \text{const}$ por lo que $D_i \propto \left(\frac{Q}{\omega} \right)^{1/3}$
2. $\frac{gh_m}{\omega^2 D_i^2} = \text{const}$ por lo que $D \propto \left(\frac{\sqrt{gh_m}}{\omega} \right)$

De acuerdo con las expresiones anteriores, se puede definir una relación de mayor importancia entre Q y h_m :

$$\left(\frac{Q}{\omega}\right)^{1/3} \propto \frac{\sqrt{gh_m}}{\omega} \quad \text{por lo que} \quad \frac{Q^{1/3}\omega}{\omega^{1/3}\sqrt{gh_m}} = \text{const} \quad (28)$$

Elevando el numerador y el denominador de la ecuación 28 a la $3/2$, se tiene:

$$\frac{\omega\sqrt{Q}}{h_m^{3/4}} = \text{const} \quad (29)$$

Con base en la ecuación 29, la velocidad específica de una serie de bombas homologas se define como la velocidad de una de ellas, con cierto tamaño, tal que suministre un caudal unitario contra una carga unitaria, es decir:

$$n_s = \frac{\omega\sqrt{Q^*}}{h_m^{*3/4}} \quad (30)$$

donde Q^* y h_m^* representan el caudal y la carga para una eficiencia máxima del sistema (ver figura 15). n_s se puede interpretar como la velocidad para la cual modelos geométricamente similares a prototipos de las diferentes clases de bombas operarían para mover un caudal unitario (e.g. 1 gpm) cuando se genera una cabeza unitaria (e.g. 1 pie). Note que las unidades de n_s no son las unidades de velocidad y si se divide la ecuación 30 por $g^{3/4}$, n_s se convierte en un parámetro adimensional.

De acuerdo con los valores n_s , las bombas rotodinámicas se pueden clasificar como: *bombas de flujo radial*, *bombas de flujo mixto* y *bombas de flujo axial*. La figura 16 muestra los rangos de n_s para cada tipo de bomba en sistema internacional y en sistema inglés.

Analizando los valores de n_s en la figura 26 y la ecuación 30 se puede deducir que las bombas radiales, por tener el rango menor para n_s , son útiles para proyectos que requieren grandes cargas y caudales pequeños. En contraste, las bombas de flujo axial son recomendables para proyectos con baja carga pero con altos caudales.

Generalmente, las bombas con un solo impulsor, pueden utilizarse para una carga máxima de $h_m = 60$ m. Para mayores valores de h_m es necesario utilizar *bombas de pasos múltiples* las cuales tienen varios impulsores acoplados a una misma flecha. En el caso de requerirse el bombeo de grandes caudales con baja carga, es necesario utilizar bombas de flujo axial o flujo mixto con *doble succión* en donde cada tubería de succión esta conectada con un impulsor.

5 Estaciones de bombeo

Una bomba se coloca en un sistema de tuberías con el fin de añadir energía al flujo para transportarlo de un punto a otro. Entre estos puntos existen diferencias topográficas y perdidas de energía que deben ser vencidas por la energía adicional suministrada por la bomba. Las bombas convierten energía mecánica de rotación en energía cinética o de presión en el fluido. Este aumento de energía es detectado por los manómetros, usualmente colocados, en la tubería de succión y en la tubería de descarga. Esta adición de energía a través de la bomba cambia las líneas de gradiente hidráulico y de energía. Algunas aspectos que caracterizan una estación de bombeo, son los siguientes (ver figura 17):

- *Plano de bombeo*: Es el plano horizontal en donde se ubica la bomba.
- *Carga estática de descarga* (h_d): Es la distancia vertical entre el plano de bombeo y la superficie libre del depósito de descarga.
- *Carga estática de succión* (h_s): Es la distancia vertical desde la superficie libre del tanque de succión al plano de bombeo.

- *Carga estática total (h_T):* Es la distancia vertical entre la superficie libre del tanque de succión y la superficie libre del tanque de descarga.

5.1 Curva de la estación

Si se aplica la ecuación de Bernoulli entre el tanque de succión y el tanque de descarga (ver figura 17), se tiene:

$$H_1 + h_m = H_2 + \sum h_f + \sum h_e \quad (31)$$

donde H_1 es la energía en la succión, H_2 es la energía en la descarga, h_m es la carga de la bomba, y la sumatoria de h_f y h_e son las perdidas por fricción y por accesos a lo largo de la tubería. Si decimos que $h_T = H_2 - H_1$ y que las perdidas se pueden expresar en función del caudal, la ecuación 31 se convierte en:

$$h_m = h_T + (C + K)Q^2 = h_T + AQ^2 \quad (32)$$

donde A es una constante igual a $A = \frac{fL}{7}DA^22g + \frac{1}{2gA^2} \sum K$. Note que la ecuación establece una relación de la carga de la bomba, h_m , como una función de la carga estática, h_T , y del caudal. Esta ecuación se denomina la *curva de la estación* o la *curva del sistema* y representa la energía por unidad de peso que requiere el sistema.

Analizando la figura 18 se observa que la curva del sistema no inicia en el origen del sistema de coordenadas, por lo que para un caudal $Q = 0$ el sistema exige una energía igual a h_T . La forma de la curva depende de las perdidas a lo largo del sistema.

Dibujando la curva del sistema en el gráfico de curva característica de una bomba para una velocidad ω constante y diferentes impulsores (diferentes valores de D_i), la intersección de la curva del sistema con las curvas características genera un *punto de operación* para cada impulsor (T_1, T_2, T_3) (ver figura 19).

De la misma manera, si se dibuja la curva del sistema en el gráfico de curva característica de la bomba para un impulsor fijo y varios valores de ω , la intersección de dichas curvas determina los puntos de operación para diferentes valores de ω . La idea es determinar un impulsor y una velocidad de rotación que permitan proporcionar un caudal y una cabeza de energía bajo unas condiciones de alta eficiencia. Si por ejemplo el sistema requiere suministrar un Q_2 y una h_{m2} , el impulsor seleccionado sería D_{i2} con una velocidad de rotación ω . El punto T_2 sería el *punto de operación* o *punto de trabajo* del sistema en el cual la bomba debe operar en lo posible (ver figura 19).

El punto de operación puede cambiar debido a lo siguiente (ver figura 20):

- Variación del diámetro del impulsor (D_i) para una velocidad constante ω . Si se reemplaza el impulsor por otro diferente, el punto de operación será otro.
- Variación de la velocidad de rotación (ω) para un impulsor fijo. Si ω aumenta o disminuye, el punto de operación cambiará.
- Por variación de las perdida de energía en el sistema. Si se cambia la tubería y se colocan más accesos esto implica cambios en la perdida de energía y por tanto en la curva del sistema. Por lo tanto el punto de operación cambiará.
- Por envejecimiento de la bomba, tuberías y accesos. Con el paso del tiempo la rugosidad de las tuberías aumenta así como los coeficientes de perdidas de los accesos. La bomba sufre cambios en su eficiencia y en su capacidad.

5.2 Cavitación en bombas centrífugas

La cavitación es un fenómeno en el cual la presión estática del líquido se reduce por debajo de la presión de vapor del líquido (presión a la cual el líquido se evapora) llevando a la formación de burbujas dentro del líquido en la superficie de contacto, las cuales al desplazarse a zonas de mayor presión dentro del líquido explotan causando la erosión de la superficie de contacto.

Para el caso de bombas centrífugas, la zona en donde es posible el desarrollo de cavitación es en la zona de acople de la tubería de succión y la entrada a la bomba (ver figura 21). En la zona entre la brida de la tubería de succión y la carcasa de la bomba, debido a la reducción gradual del diámetro, las velocidades del flujo aumentan y como consecuencia las presiones disminuyen considerablemente llegando al punto más bajo de presión cuando el flujo entra a la carcasa. Justo en la entrada de la carcasa, si las presiones del flujo están por debajo de la presión de vapor del fluido, se forman cavidades de aire que viajan a través de los alabes del impulsor a zonas de mayor presión (baja velocidad) (ver figura 22) causando el rompimiento de estas cavidades y la erosión de los alabes (ver figura 23). Esto genera entonces una reducción en la eficiencia de la bomba y problemas en la operación del sistema.

Análisis de la succión

Considerando los sistemas de succión de los esquemas mostrados en la figura 24 y aplicando la ecuación de Bernoulli entre la superficie libre en el tanque de succión y la brida de succión (BS) tomando como referencia el plano de bombeo, la cabeza presión en esta brida queda definida como:

$$\frac{P_{atm}}{\gamma} \pm h_S = \frac{P_{BS}}{\gamma} + \frac{V_{BS}^2}{2g} + \sum (h_f + h_e) \quad (33)$$

despejando $\frac{P_{BS}}{\gamma}$ y dejando el término de perdidas como una función de Q , se tiene:

$$\boxed{\frac{P_{BS}}{\gamma} = \frac{P_{atm}}{\gamma} \pm h_S - \frac{V_{BS}^2}{2g} - C_S Q^2} \quad (34)$$

donde C_S se puede entender como un coeficiente de perdidas en la succión. Analizando la ecuación 34, la presión en la brida de succión (P_{BS}) disminuye si:

- las perdidas de energía aumentan debido a un aumento del caudal, a una gran longitud de la tubería de succión, número considerable de accesorios, tuberías con material muy rugoso, tubería de succión diseñada con diámetro pequeño.
- de acuerdo con la posición del tanque de succión, si aumenta o disminuye la altura estática de la succión.
- si se disminuye la presión atmosférica local, por ejemplo, cuando el proyecto se desarrolla en lugares elevados con respecto al nivel del mar.
- si aumenta la presión de vapor del fluido lo cual implica que la probabilidad de que ocurra cavitación aumente.
- si el impulsor rota a una velocidad mayor a la recomendada por el fabricante. Esto implica que las cavidades viajen y exploten más rápidamente en este.

Para evitar que se presente cavitación por las razones antes mencionadas, es necesario determinar una cabeza neta mínima.

Cabeza neta de succión positiva disponible ($NPSH_D$)

La cabeza neta de succión positiva disponible ($NPSH_D$) se define como la energía absoluta en la brida de succión con respecto al plano de bombeo menos la cabeza de presión de vapor del fluido que circula por el sistema. De acuerdo con lo anterior y con base en la ecuación 33 se puede decir que la energía absoluta en la brida de succión (h_{sa}), se puede expresar como:

$$h_{sa} = \frac{P_{atm}}{\gamma} \pm h_S - C_S Q^2 = \frac{P_{BS}}{\gamma} + \frac{V_{BS}^2}{2g} \quad (35)$$

Si a h_{sa} le restamos la cabeza de presión de vapor del líquido del sistema, se tiene que $NPSH_D$:

$$NPSH_D = h_{sa} - \frac{P_v}{\gamma} = \frac{P_{atm}}{\gamma} \pm h_S - C_S Q^2 - \frac{P_v}{\gamma} = \frac{P_{BS}}{\gamma} + \frac{V_{BS}^2}{2g} - \frac{P_v}{\gamma} \quad (36)$$

$NPSH$ requerido

La cabeza neta de succión positiva requerida $NPSH_R$ se determina mediante ensayos de laboratorio en donde en una bomba centrífuga para una velocidad ω y caudal constante se varía la $NPSH_D$ y se determina los valores de la carga o altura neta h_m . Se supone que h_m es constante para cualquier valor de $NPSH_D$, sin embargo, esto no es así por lo cual al graficar los datos de $NPSH_D$ vs h_m se observa una caída de h_m cuando $NPSH_D$ disminuye (ver figura 25). De acuerdo con esto, $NPSH_R$ es igual a $NPSH_D$ para el cual el valor de h_m disminuye en un 3%, lo que indica que a partir de este valor inicia la cavitación.

Si se varía el caudal en la bomba, se puede obtener una curva de $NPSH_R$ vs Q como la que se muestra en la figura 26. Dicha curva muestra un aumento de $NPSH_R$ con el aumento de Q lo cual se da porque al aumentar Q disminuye h_m y la caída de h_m se anticipa resultando en mayores valores de $NPSH_R$.

Al analizar la ecuación 36, se observa que $NPSH_D$ disminuye con el aumento del caudal Q mientras que, de acuerdo con la figura 26, $NPSH_R$ aumenta con el aumento de Q . La figura 27 muestra la variación de $NPSH_D$ y de $NPSH_R$ como una función del caudal, y se observa que el punto de corte de las dos curvas (P) define la ocurrencia incipiente de cavitación. Por lo tanto, para el diseño del sistema de succión es necesario que $NPSH_D > NPSH_R$. Gracias a la práctica, se recomienda que $NPSH_D > 1.35NPSH_R$.

Parámetro de cavitación

De acuerdo con el análisis dimensional de sistemas de bombeo para un diámetro D_i constante, tenemos que los parámetros adimensionales son:

$$\Pi_1 = \frac{Q}{\omega D_i^3} = \frac{Q}{\omega} \quad Q \propto \omega \quad \Pi_2 = \frac{gh_m}{\omega^2 D_i^2} = \frac{h_m}{\omega^2} \quad h_m \propto \omega^2 \quad (37)$$

Analizando la relación de $NPSH_R$ vs Q se puede decir que $NPSH_R \propto Q^2$ y de acuerdo con las relaciones de la ecuación 37, tenemos que $NPSH_R \propto h_m$. Por lo tanto, se puede crear un parámetro adimensional, conocido como el *parametro de cavitación* (σ) igual a:

$$\sigma = \frac{NPSH_R}{h_m} \quad (38)$$

Velocidad específica de succión

En la modelación física en hidráulica, es frecuente utilizar un parámetro conocido como la *velocidad específica de succión* (S_S). Si se reemplaza h_m en la ecuación 30 de la velocidad específica por $NPSH_R$, se tiene:

$$S_S = \frac{\omega\sqrt{Q}}{NPSH_R^{3/4}} \quad (39)$$

Utilizando la ecuación 39 y la ecuación 30, se tiene que el siguiente parámetro (*párametro de Thomas*):

$$\sigma_C = \frac{NPSH_R}{h_m} = \left(\frac{n_S}{S_S} \right)^{4/3} \quad (40)$$

La ecuación anterior indica que para un valor dado de n_S , valores bajos de S_S indican que la bomba tiene un margen de seguridad más alto. Ademas cuando bombas de una misma serie homologa operan bajo condiciones de cavitación, valores iguales de S_S indican un grado de cavitación semejante. Se ha podido demostrar que para bombas de succión simple, σ_C se convierte en:

$$\sigma_C = \frac{\phi n_S^{4/3}}{10^6} \quad (41)$$

en donde $\phi = 1210$ para sistema internacional (Q en m^3/s y h_m m). Para bombas de succión doble, se tiene:

$$\sigma_C = \frac{4n_S^{4/3}}{10^6} \quad (42)$$

la cual es valida para sistema inglés de unidades (Q in gpm y h_m en *pies*).

5.3 Sistemas con bombas en serie

Los sistemas de bombas en serie se utilizan en sistemas de tuberías cuando la carga estática a vencer es muy alta tal que se requiere más de una bomba para suministrar esta energía. Para esto, se disponen bombas una detrás de otra, en donde para las bombas siguientes a la primera, la tubería de succión de la bomba siguiente es la tubería de descarga de la bomba inmediatamente anterior (ver figura 28). Por lo tanto, la carga total suministrada por las bombas para un caudal dado, es la suma de las cargas suministradas por las bombas.

Si se supone que se tiene un sistema de dos bombas (a y b) centrífugas en serie, el punto de operación de un sistema de bombas en serie se define mediante las curvas características de las bombas individuales y la combinación de ambas (ver figura 29). Para un caudal Q_i que transporta el sistema, los valores de la carga para la bomba a y b son h_{m_a} y h_{m_b} , respectivamente, mientras que la carga que suministran ambas bombas para Q_i es la suma aritmética $h_{m_a} + h_{m_b}$. La curva característica del sistema de dos bombas en serie se puede obtener mediante la suma de las h_m para diferentes caudales. De acuerdo con esto, el punto de operación del sistema (punto T) es entonces el corte de la curva del sistema o curva de la estación (curva E) con la curva característica del sistema en serie.

Note que en la figura 29, el punto de operación o de trabajo T corresponde a una mayor carga que las proporcionadas por cada una de las bombas, pero dicha carga es menor que la suma de las cargas (e.g. $h_{m_a} + h_{m_b}$). La eficiencia de cada bomba queda definida por el caudal que suministra cada bomba.

5.4 Sistemas con bombas en paralelo

Si se tiene un sistema de tuberías en donde es necesario suministrar un caudal alto para una carga alta, es necesario la instalación de bombas en paralelo. Las bombas en paralelo suministran un caudal total, que constituye la suma de los caudales suministrados por cada bomba, para una carga determinada (ver figura 30). Si se tienen dos bombas, a y b, como en la figura 30 cuyas curvas características están representadas en la figura 31, la curva característica del sistema en paralelo (curva c) se puede formar a partir de las curvas características de a y b sumando los caudales ($Q_c = Q_a + Q_b$) para una misma carga $h_{m_c} = h_{m_a} = h_{m_b}$. El punto de operación o punto de trabajo del sistema es la intersección de la curva

característica para las dos bombas en paralelo y la curva del sistema (curva E). La eficiencia de cada bomba depende del caudal que suministra cada una de ellas.

5.5 Sistemas especiales

Es común en redes abiertas de tuberías la implementación de estaciones de bombeo para llevar un fluido desde un tanque hasta múltiples tanques conectados a través de nodos y tuberías. Si se desea llevar un fluido desde un tanque D hasta los tanques A, C y D, a través de un sistema de bombeo (ver figura 32), la ecuación de continuidad queda expresada como:

$$Q_T = Q_D = Q_A + Q_B + Q_C \quad (43)$$

Para que la bomba sea capaz de transportar el fluido hasta A, B y C, la energía en el nodo J debe ser mayor que la cota de la superficie libre del tanque más elevado (tanque B).

Usando la ecuación de Bernoulli entre el nodo J y la superficie libre de cada tanque, la energía en el nodo J queda establecida como:

$$H_J = z_A + C_A Q_A^2 \quad H_J = z_B + C_B Q_B^2 \quad H_J = z_C + C_C Q_C^2 \quad (44)$$

Usando la ecuación de Bernoulli entre el tanque D y la entrada S de la bomba, se obtiene que:

$$H_D = H_s + C_D Q_D^2 \quad (45)$$

La carga dinámica de la bomba, h_m , se obtiene entre la succión (punto s) y la descarga de la bomba (punto d), como:

$$h_m = H_d - H_s \quad (46)$$

donde H_s es la energía del flujo en la brida de entrada a la bomba (succión) y H_d es la energía del flujo en la brida de salida de la bomba (descarga). H_s se obtiene mediante la ecuación ?? y H_d equivale al mayor valor de H_J en las ecuaciones 44.

Para determinar el punto de operación del sistema, y además el caudal que circula por cada tubería así como la energía en el nodo, de manera gráfica sabiendo las curvas características de la bomba y las características de la tubería y del fluido, se puede implementar el siguiente procedimiento:

- Si se supone que tenemos un tanque de suministro c y dos tanques de descarga a y b , usando la ecuación de Bernoulli, se determinan las ecuaciones de pérdidas de energía a lo largo de cada ramal desde el tanque c hasta cada tanque de descarga (a y b) tomando como nivel de referencia el nivel en el tanque c .

$$h_{m_i} = z_i + C_i Q_i^2 \quad (47)$$

donde i hace referencia al tanque de descarga a o b . El factor de pérdidas C_i se calcula a lo largo de la tubería desde el nodo J hasta el tanque i .

- Usando la ecuación de Bernoulli, obtener la ecuación de pérdidas de energía a lo largo de la tubería que va desde el tanque c hasta el nodo J. Se toma como referencia el nivel de la superficie libre del tanque c .

$$h_{m_c} = z_j + C_c Q_c^2 \quad (48)$$

- En los mismos ejes de coordenadas de la curva característica de la bomba, dibujar, para diferentes caudales, las curvas de pérdidas para cada tanque i (ecuación 47) y la curva de pérdidas de la tubería que va desde el tanque c al nodo J (ecuación 48).

4. Crear una nueva curva ($a+b$) a partir de las curvas de la ecuación 47, en donde para un valor de h_{m_i} se tienen caudales para cada tanque i . La curva se forma mediante la suma de los caudales.
5. Crear una nueva curva ($a+b+c$) a partir de la curva $a+b$ y la curva de pérdidas del tramo que va del tanque c al nodo. Para un mismo caudal (caudal total) determinado por la curva $a+b$, sumar las cargas. Se suma, para un mismo caudal, la carga de la curva $a+b$ y la carga correspondiente al tramo que va del tanque c al nodo J. Esto forma entonces una nueva curva.
6. Esta nueva curva $a+b+c$, es la curva del sistema. El punto de intersección de esta curva y la curva característica de la bomba determinan el punto de operación del sistema. El caudal de operación es entonces el caudal total en el sistema.
7. A partir de la carga h_m de operación se puede determinar la energía en el nodo J. Si se proyecta el punto de operación sobre la curva $a+b$ (para el caudal de operación) se obtiene una nueva carga que representa la energía en el nodo J.
8. A partir de la energía en el nodo J, si se proyecta este punto sobre las curvas de a y b , se obtienen los caudales que circularían hacia los tanque a y b .

References

- [1] Yunus Cengel and John Cimbala. *Ebook: Fluid mechanics fundamentals and applications (si units)*. McGraw Hill, 2013.
- [2] CA Duarte Agudelo. *Mecánica de fluidos e hidráulica*. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ingeniería., 2011.

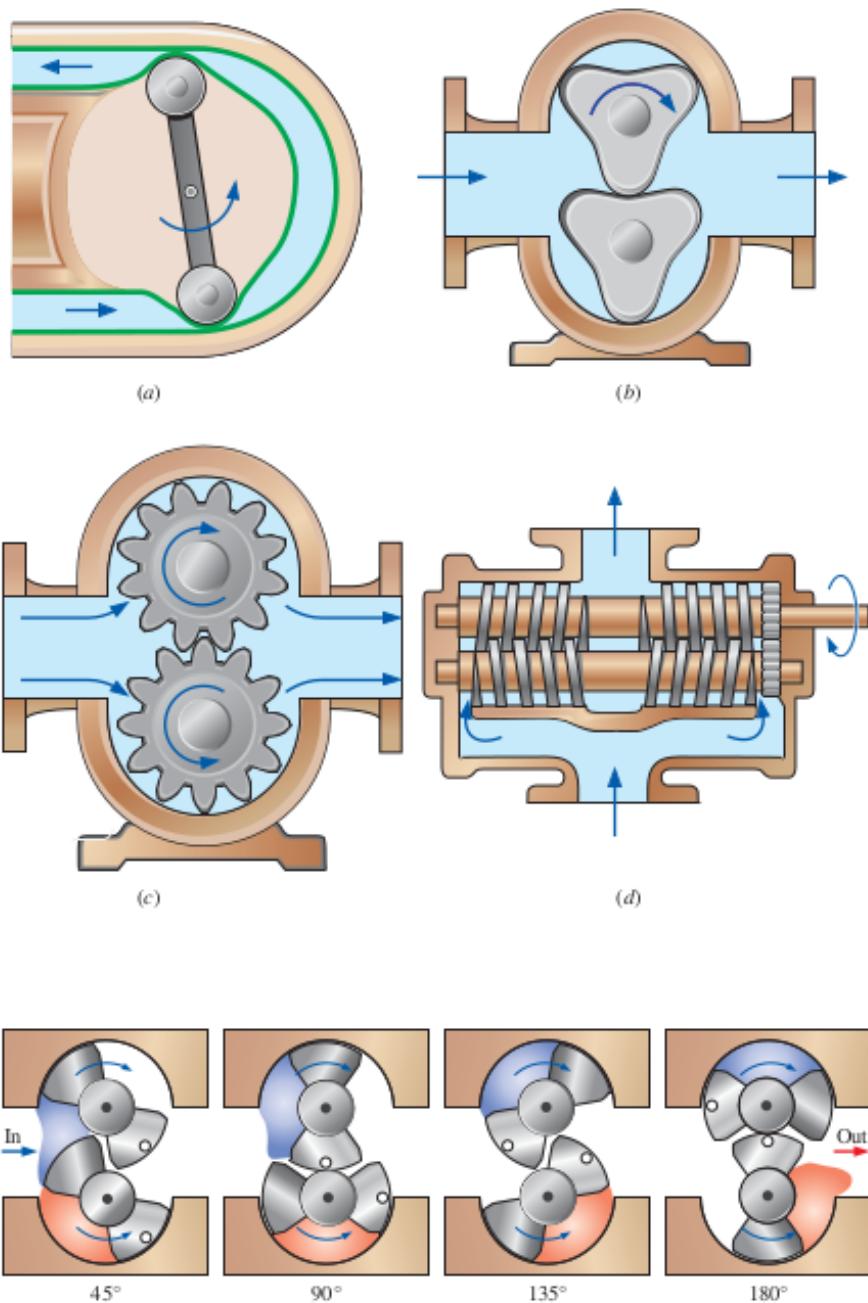


Figure 2: Tipos de bombas de desplazamiento positivo: bomba de tubo flexible, bomba de lobulo rotacional, bomba de engranajes y bomba de doble tornillo.

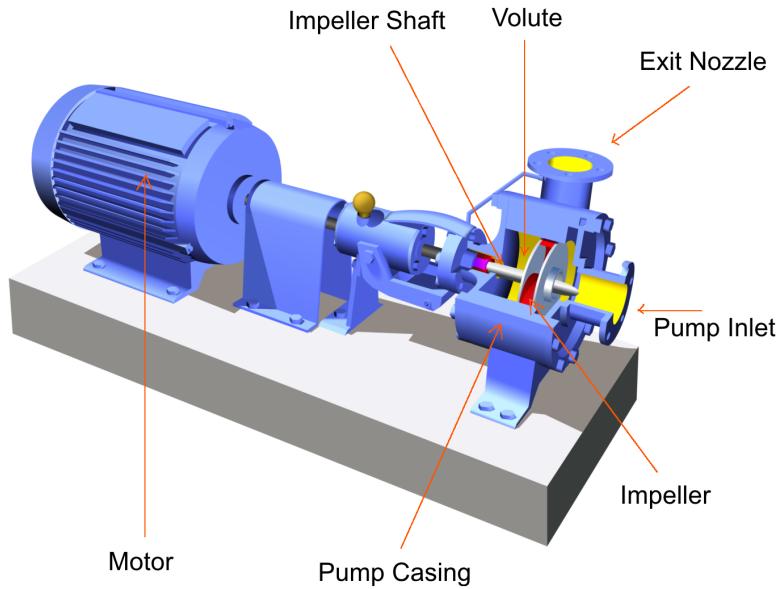


Figure 3: Bombas centrífugas.

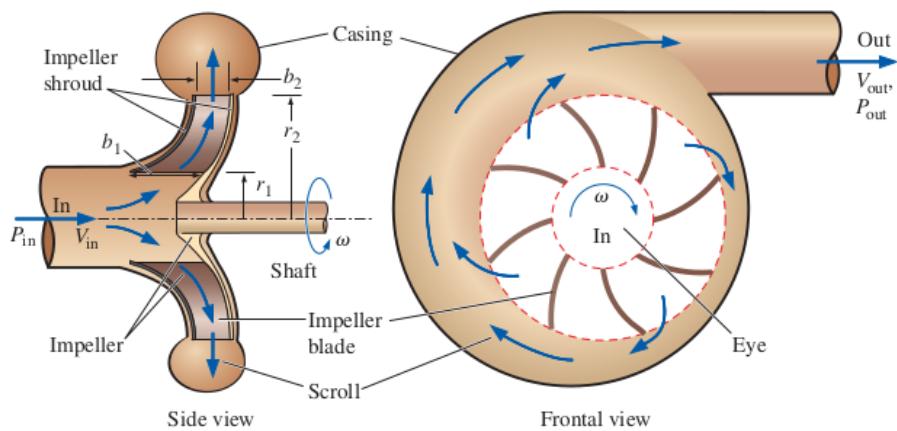


Figure 4: Impulsor y carcasa de una bomba centrífuga (tomado de [1]).

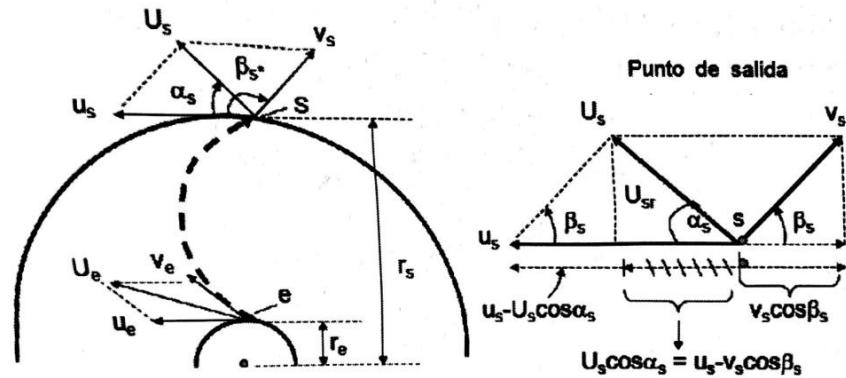


Figure 5: Diagramas de velocidad en el impulsor (tomado de [2]).

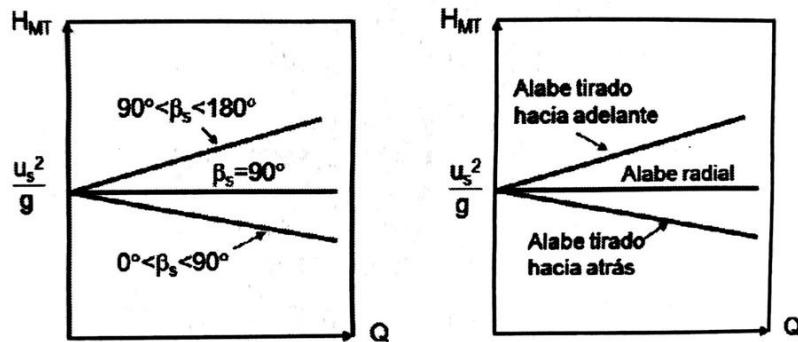


Figure 6: Familia de curvas características teóricas para diferentes rangos de β_s (tomado de [2]).

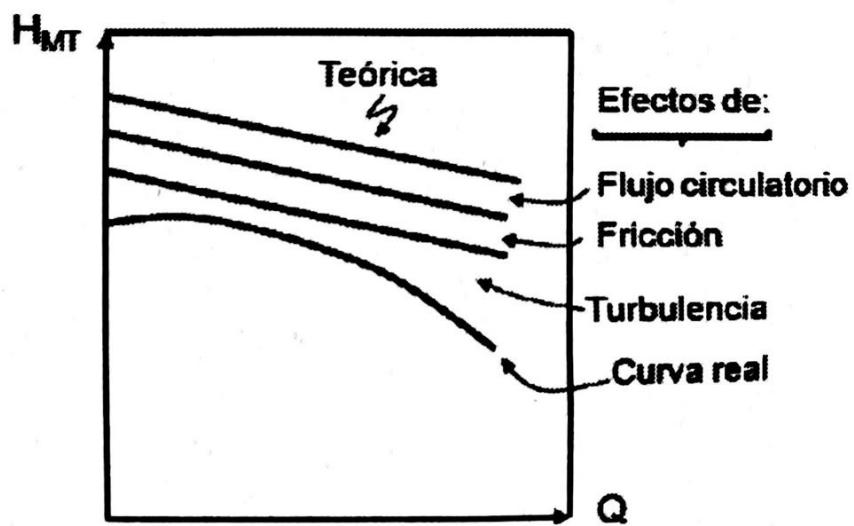


Figure 7: Curva característica real (tomado de [2]).

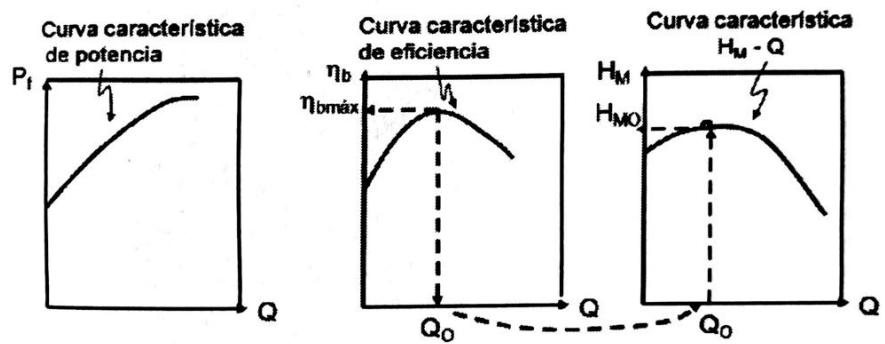


Figure 8: Otras curvas características (tomado de [2]).

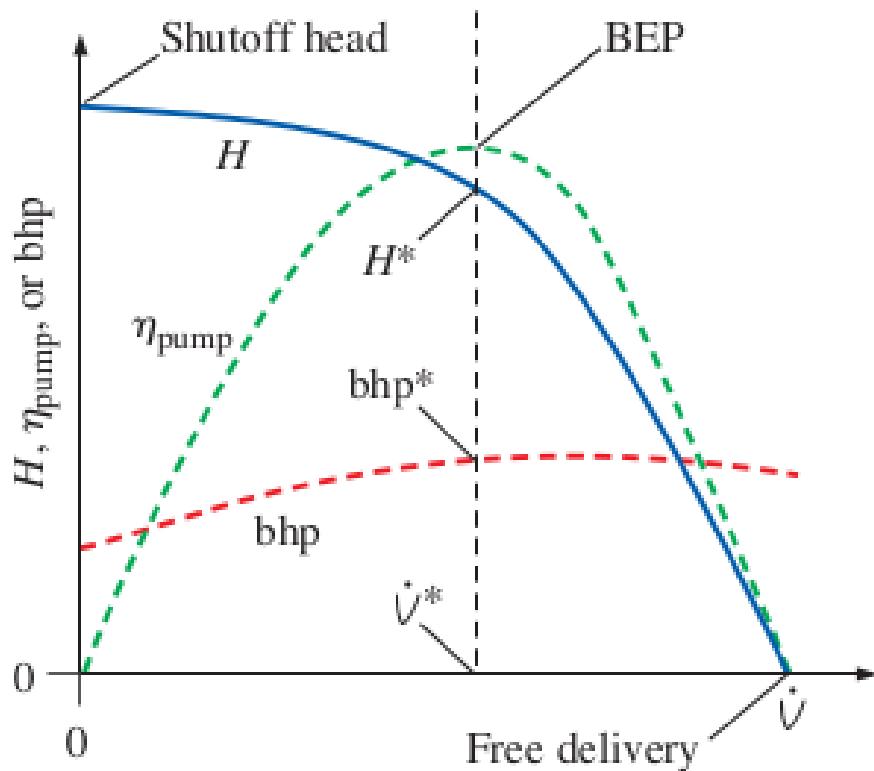


Figure 9: Curvas características y best efficiency point (BEP) para una bomba centrífuga (tomado de [1]).

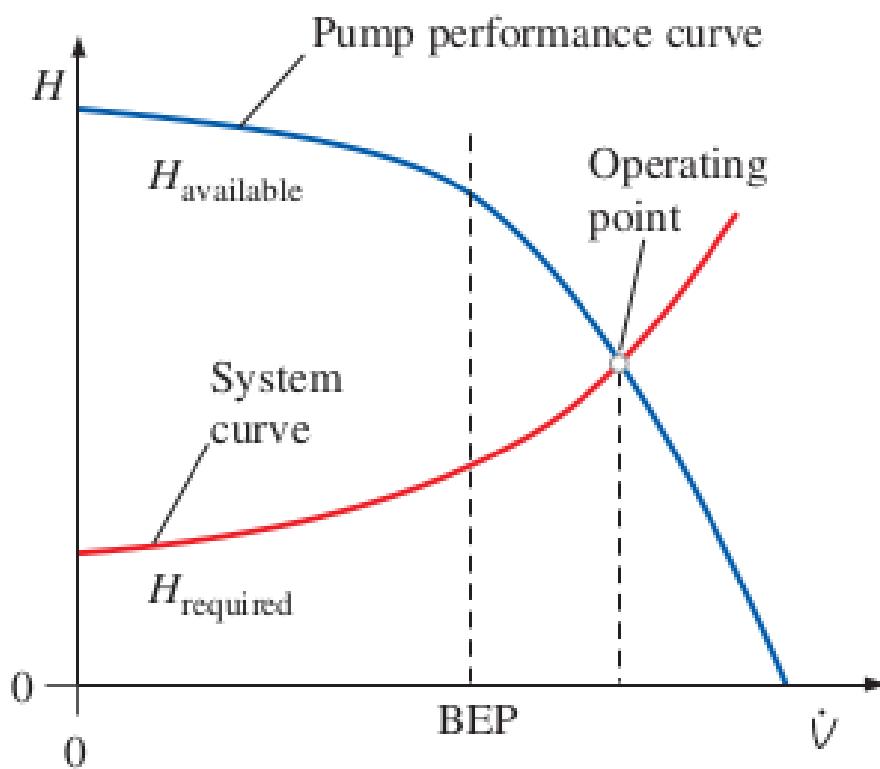


Figure 10: Punto de operación (caudal) de la bomba para un sistema de tuberías (tomado de [1]).

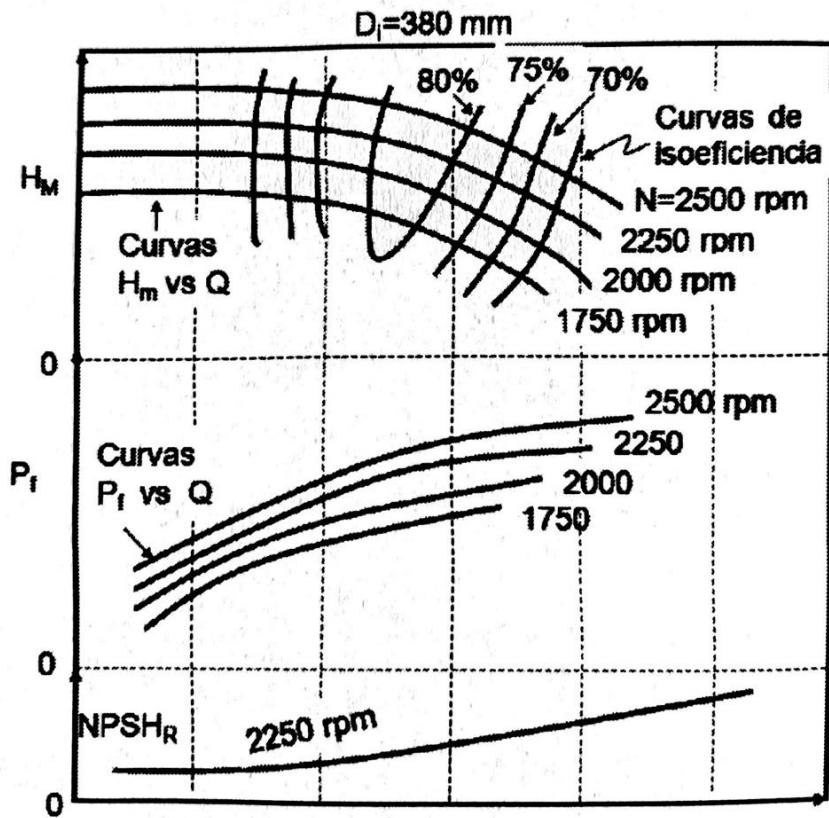


Figure 11: Curva característica para D (diámetro externo del impulsor) constante (tomado de [2]).

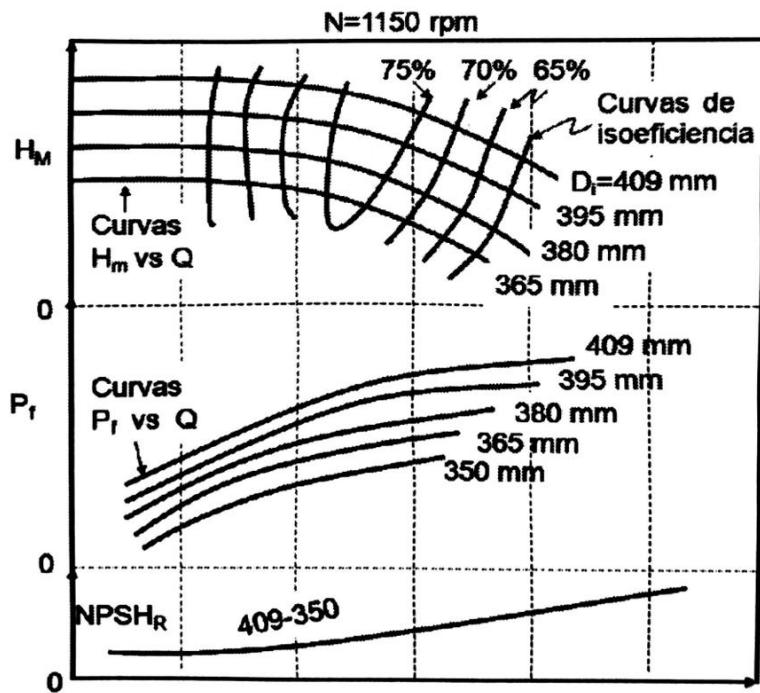


Figure 12: Curva característica para ω constante (tomado de [2]).

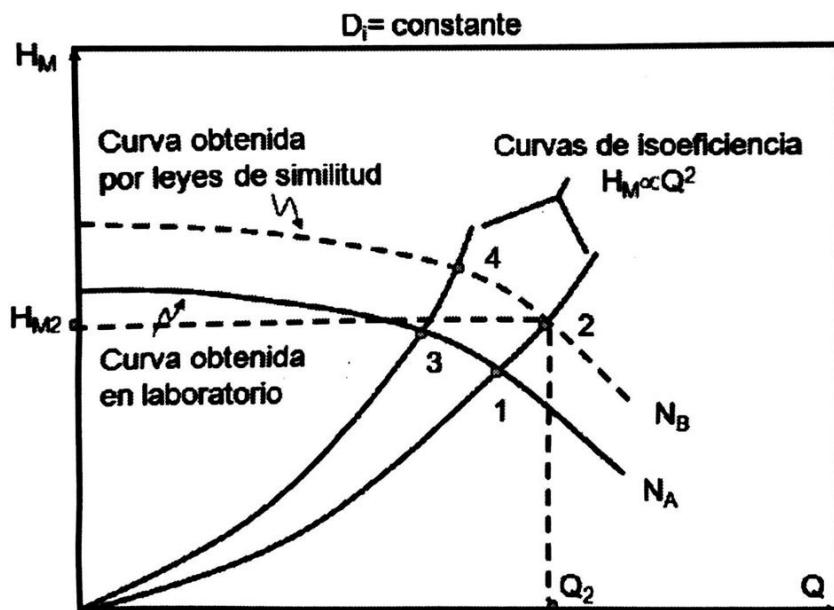


Figure 13: Obtención de curvas características usando análisis dimensional para un D_i (tomado de [2]).

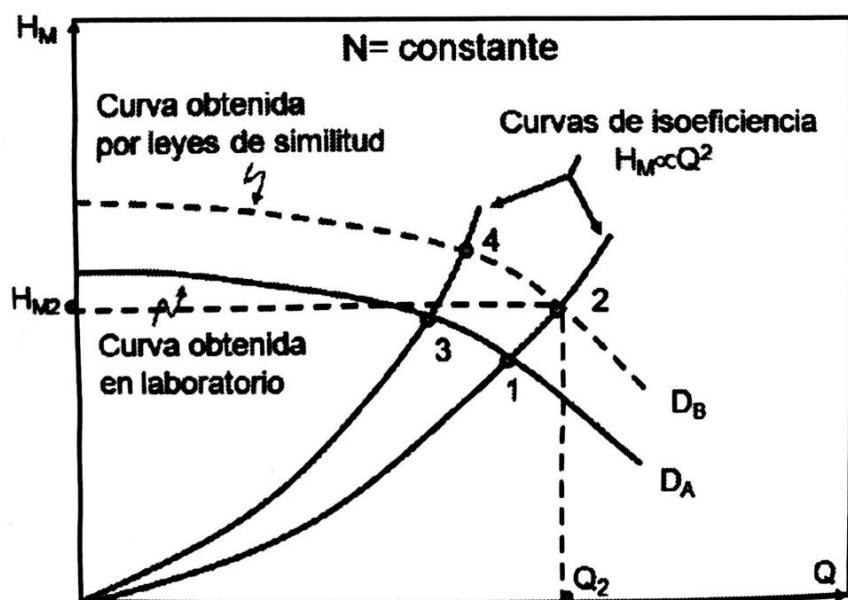


Figure 14: Obtención de curvas características usando análisis dimensional para un ω (tomado de [2]).

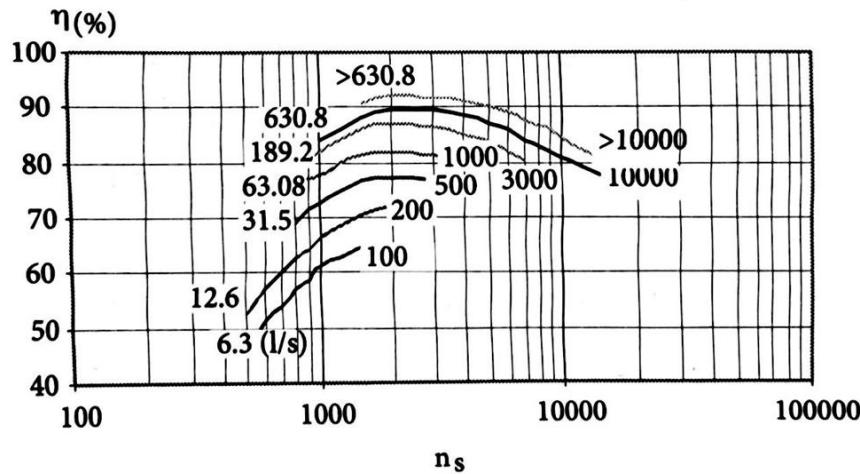


Figure 15: Velocidad espefica (n_s) vs eficiencia de la bomba (ν_b) (tomado de [2]).

TABLA 7.2 Sistema SI: caudal en (m^3/s), carga en (m), N en (rpm) [8]

Radial	$9.7 < n_s < 98$
Mixta	$77 < n_s < 194$
Axial	$n_s > 194$
Sistema Inglés: Caudal en (gpm), Carga en (pies), N en (rpm)	
Radial	$500 < n_s < 4200$
Mixta	$4200 < n_s < 9000$
Axial	$9000 < n_s < 15000$
Factor de conversión: $n_{\text{S Ing}} = 51.65 n_{\text{S SI}}$	

Figure 16: Valores de referencia de la velocidad relativa en sistema internacional y sistema inglés (tomado de [2]).

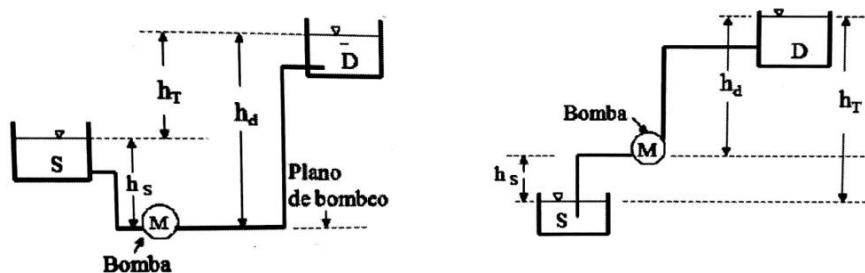


Figure 17: Estaciones de bombeo (tomado de [2]).

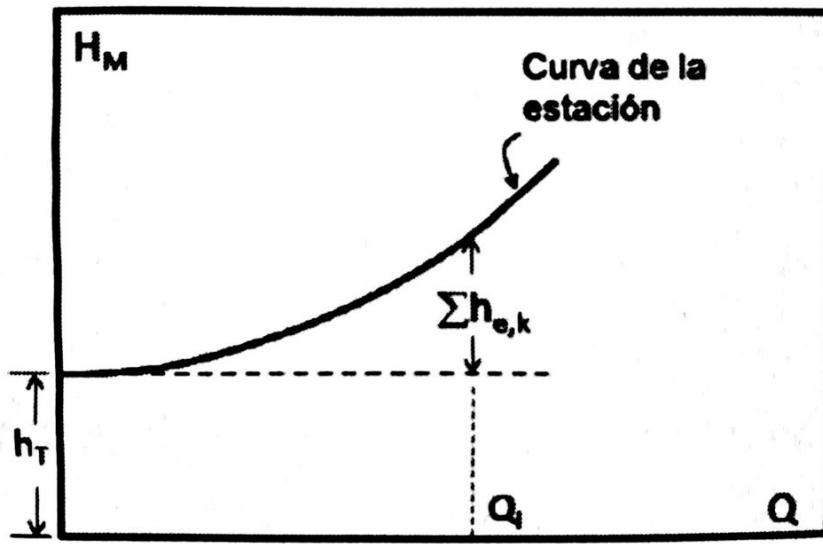


Figure 18: Curva de la estación en un sistema tanque-bomba-tubería (tomado de [2]).

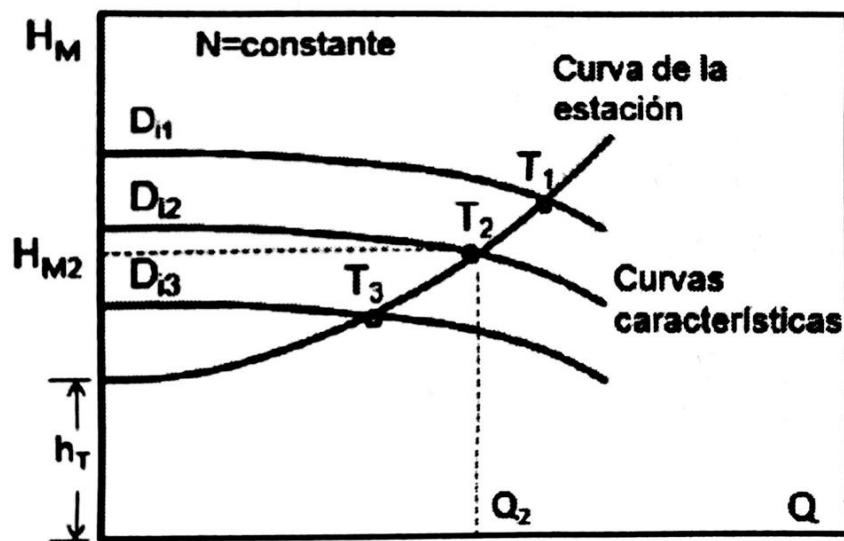


Figure 19: Punto de operación (tomado de [2]).

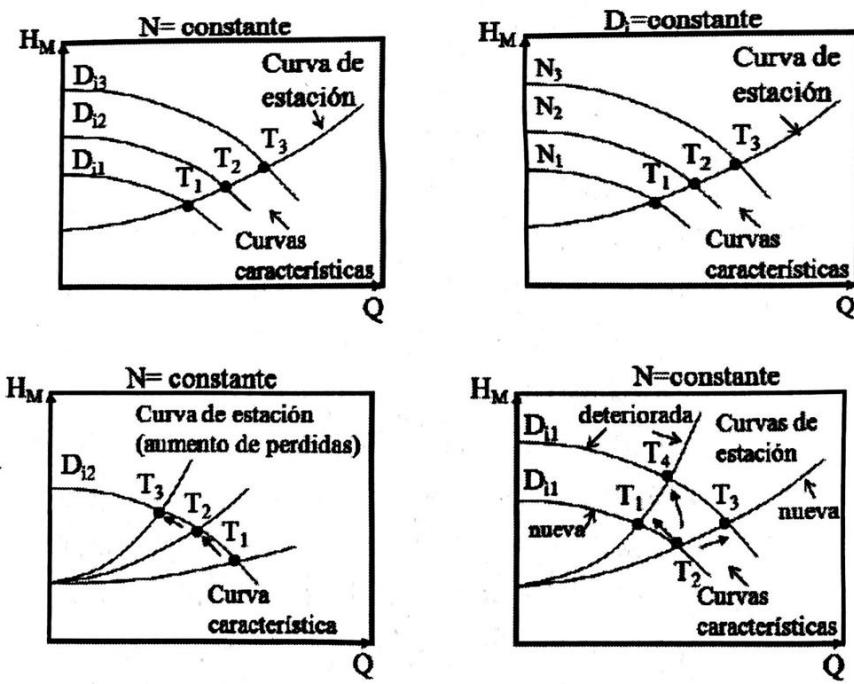


Figure 20: Ejemplos de variación del punto de operación (tomado de [2]).

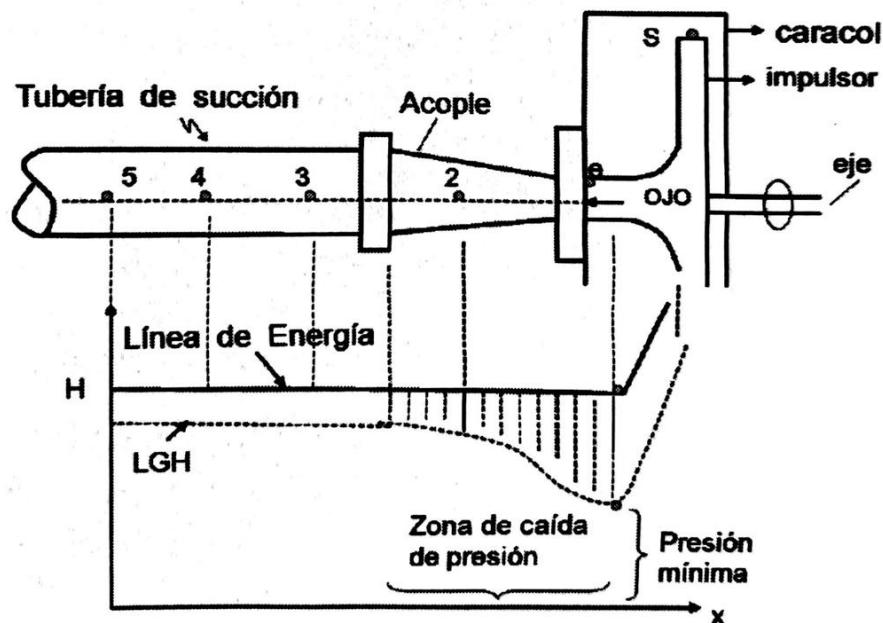


Figure 21: Cavitación en bombas centrífugas (tomado de [2]).

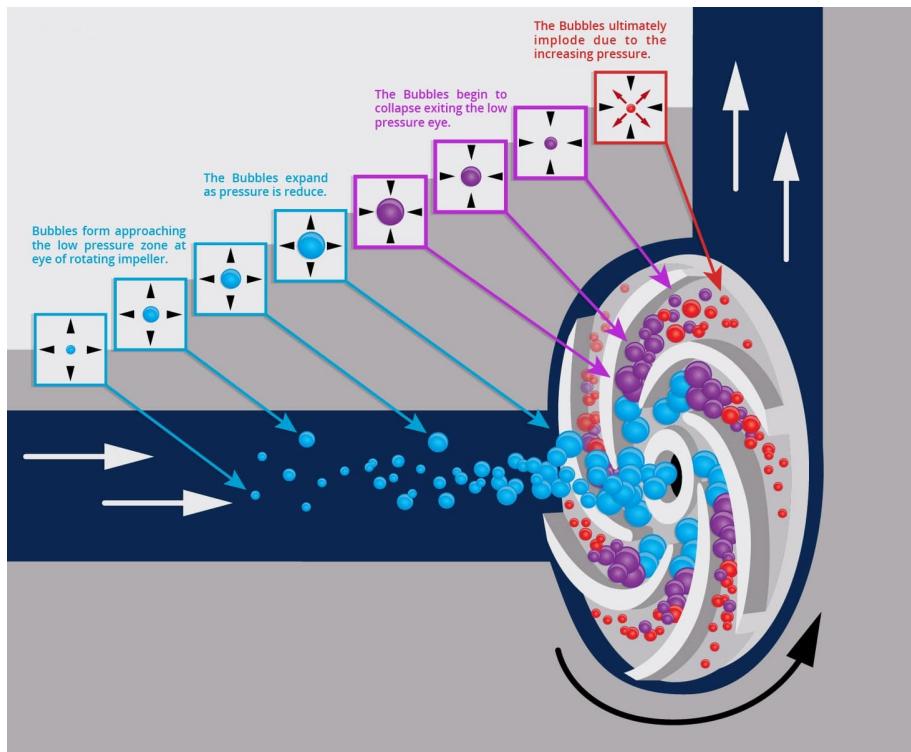


Figure 22: Formación de cavidades de aire y explosión de las mismas.



Figure 2. Cavitation damage to an impeller

Figure 23: Daños en el impulsor de una bomba centrífuga.

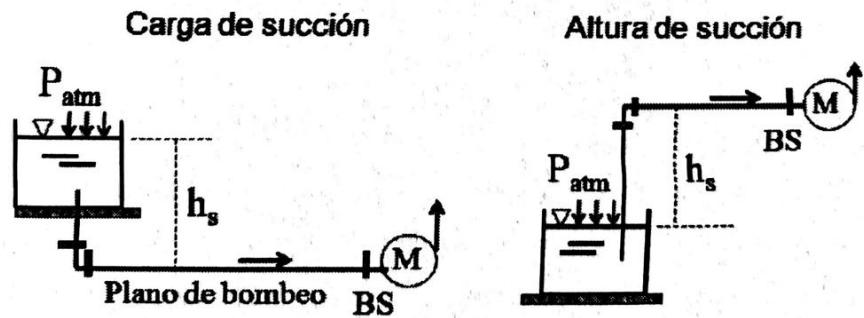


Figure 24: Sistemas de succión en bombas centrifugas (tomado de [2]).

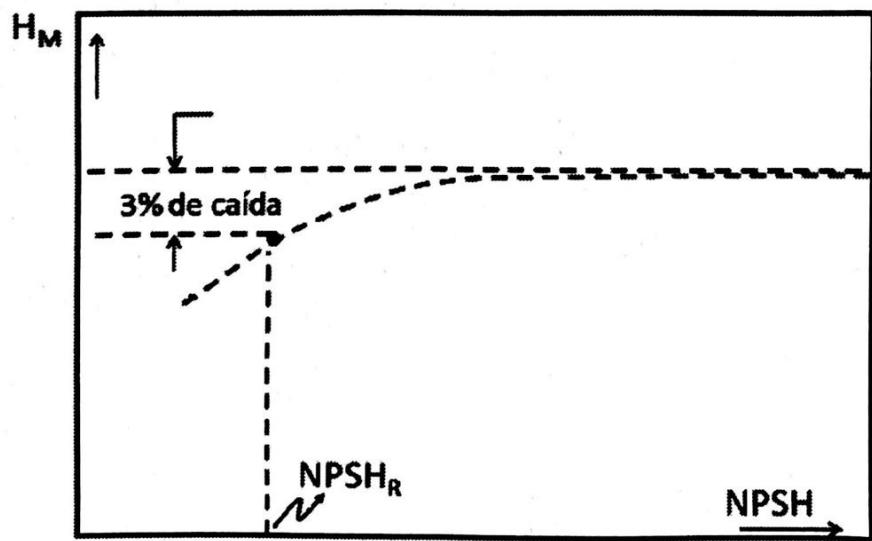


Figure 25: Determinación de $NPSH_R$ (tomado de [2]).

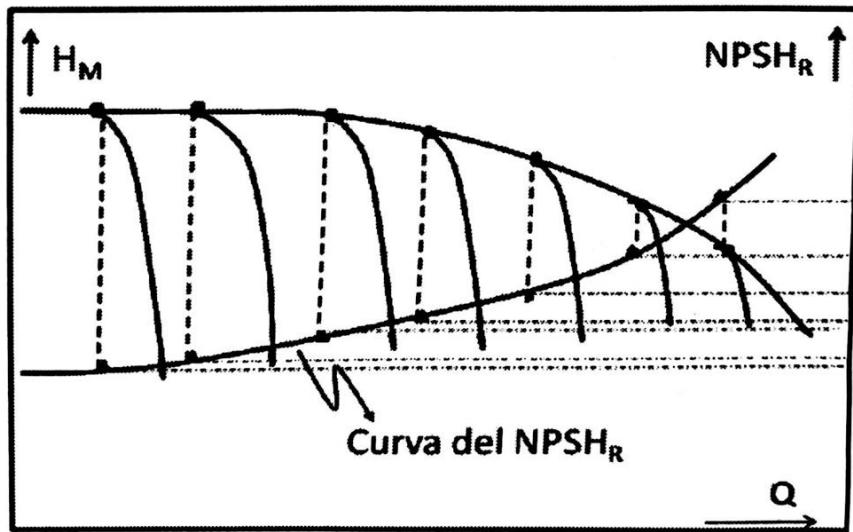


Figure 26: Curva de $NPSH_R$ vs Q (tomado de [2]).

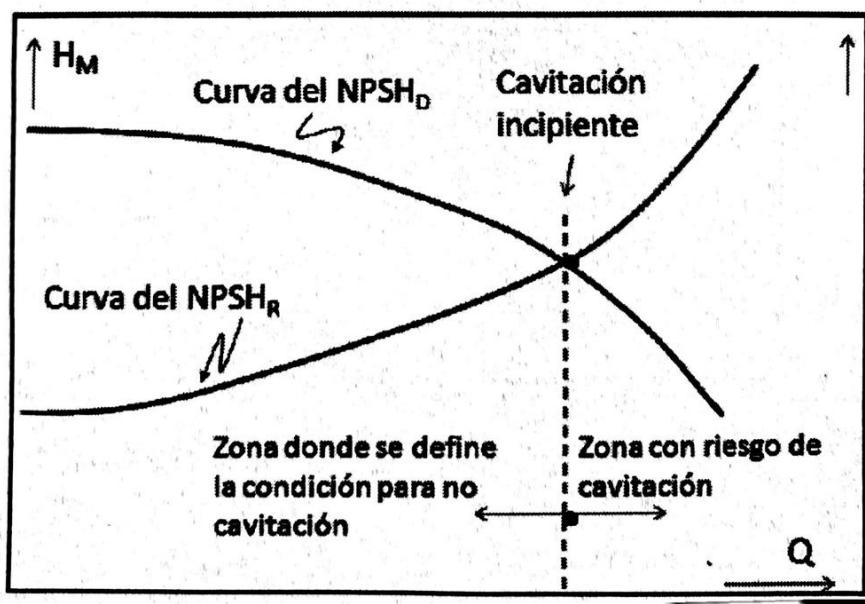


Figure 27: Condición para evitar la cavitación (tomado de [2]).

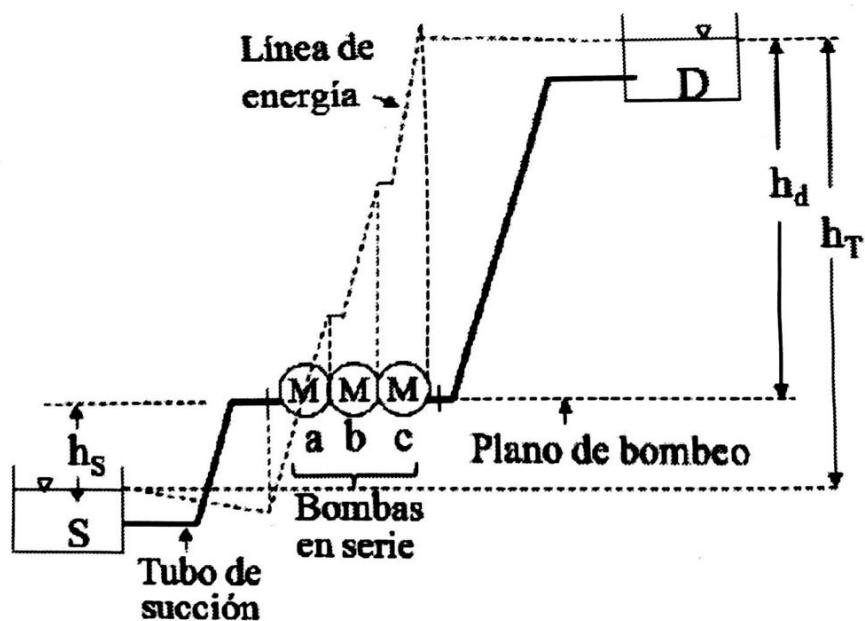


Figure 28: Sistema de bombas en serie (tomado de [2]).

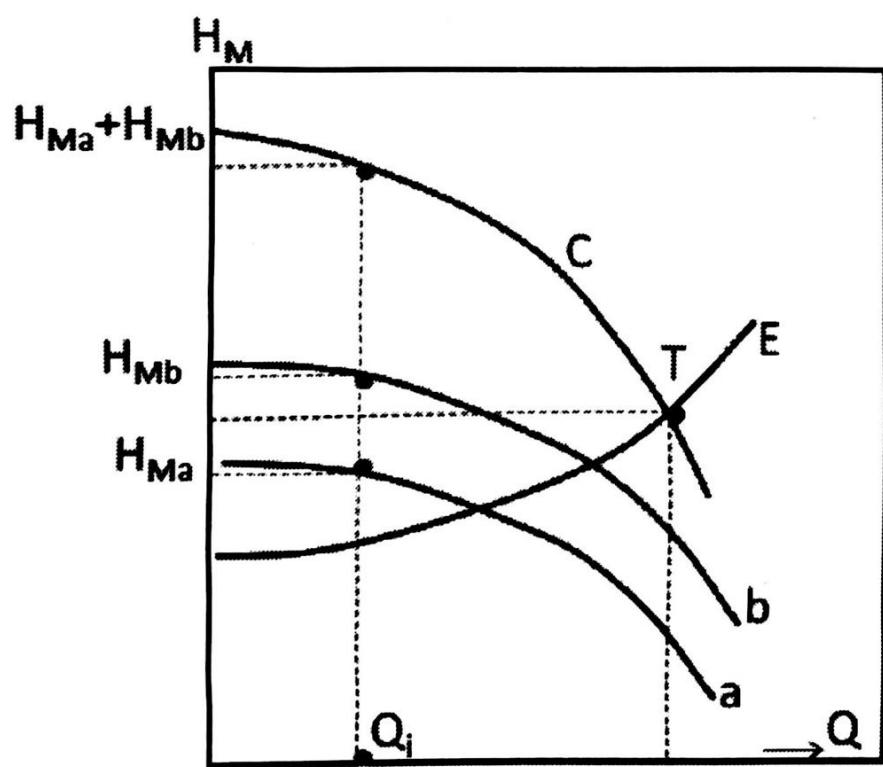


Figure 29: Punto de operación de un sistema con dos bombas en serie (tomado de [2]).

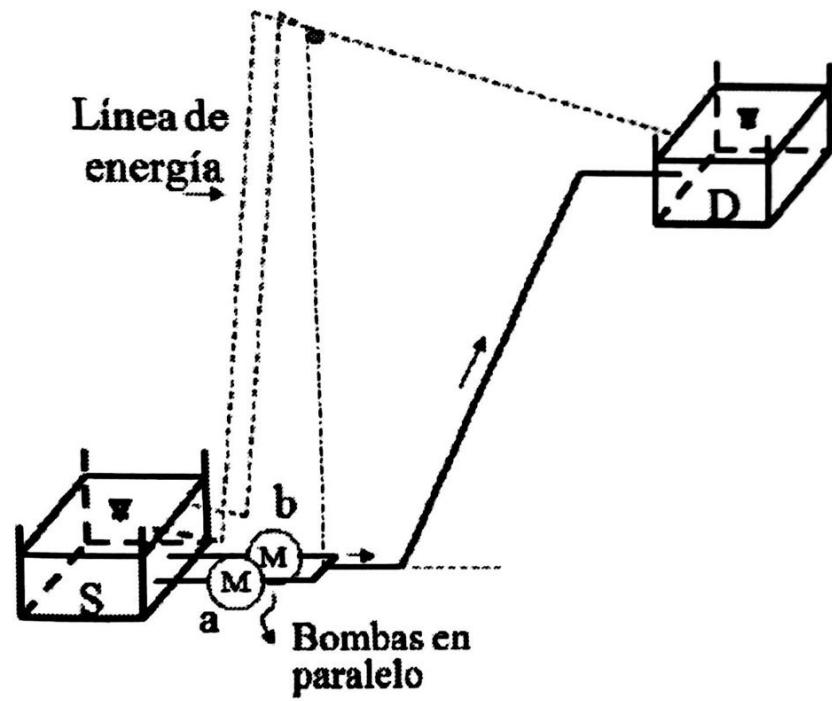


Figure 30: Sistema de bombas en paralelo (tomado de [2]).

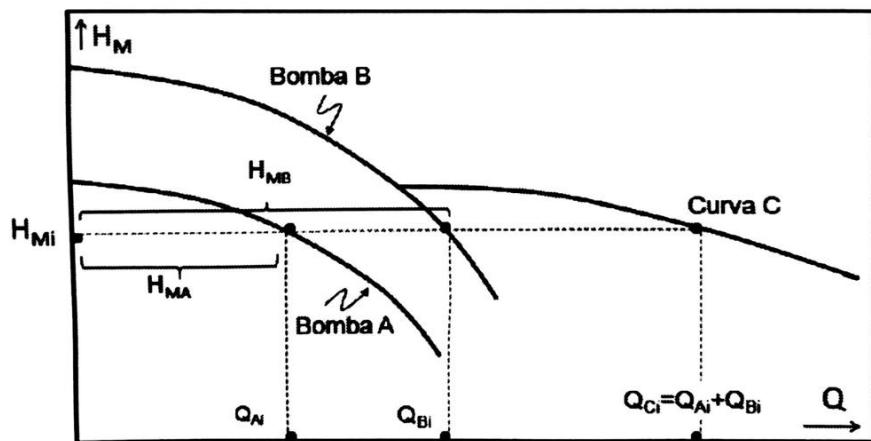


Figure 31: Curva característica de dos bombas en paralelo (tomado de [2]).

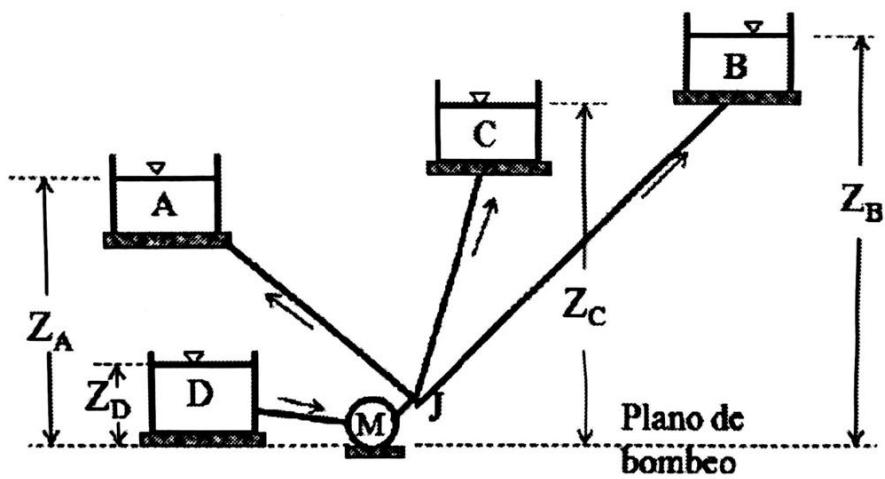


Figure 32: Sistema de bombeo en red abierta de tuberías (tomado de [2]).